4.1 - EQUAÇÃO FUNDAMENTAL

Estática dos Fluidos estuda os fluidos em repouso. Para a dedução da equação fundamental da estática dos fluidos, utiliza-se um plano cartesiano x,z , pois estando o fluido em repouso não ocorrerão mudanças na direção y. Como fluido está repouso, vale a ISOTROPIA que neste caso significa que não ocorrerão mudanças na direção x. Assim as alterações somente se darão na direção z.

Considerando a figura 4.1, um fluido qualquer em repouso:

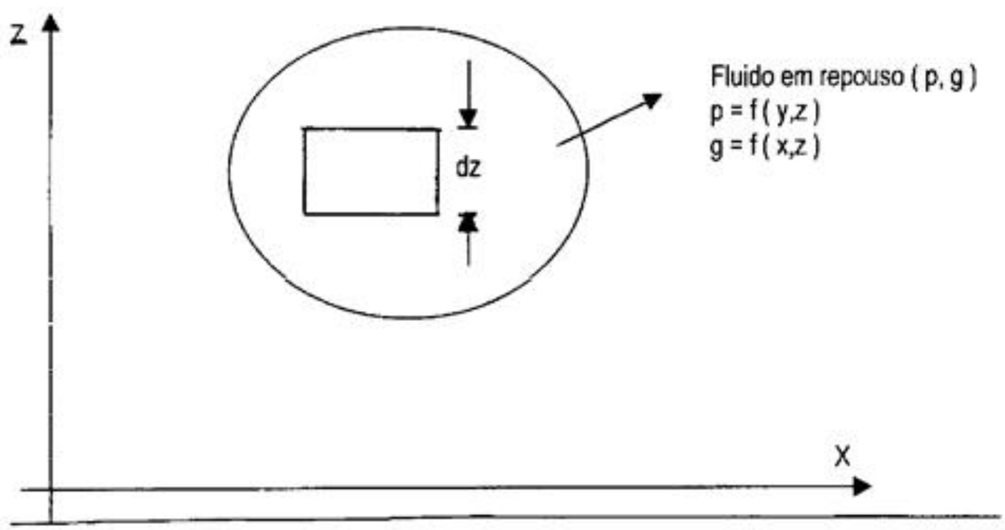

Figura 4 . 1 - Fluido em repouso - Equação Fundamental

isolando-se um elemento do mesmo, figura 4.2 (pág. 66), o equilíbrio do elemento de fluido se dá para $\Sigma F_z = 0$.
No elemento de fluido age a força peso do mesmo e o esforço na superfície (Área: A), traduzido pela pressão. Assim:

$$\sum F_z = 0$$

$$-d_w + p\ A - (p + dp)\ A = 0$$

$$-d_w + p\ A - p\ A - dp\ A = 0$$

$$A\ dp + d_w = 0 \qquad (4.1)$$

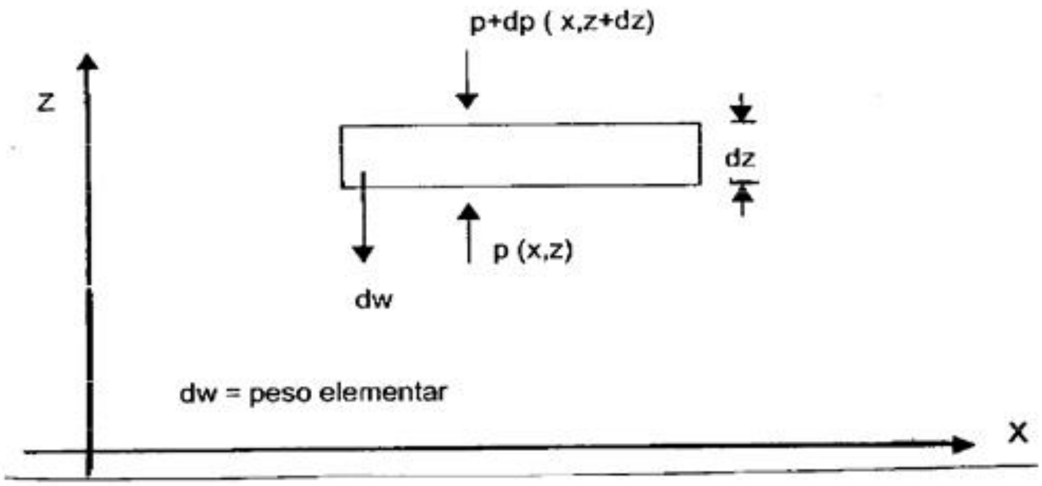

Figura 4 . 2 - Elemento de fluido - Equação Fundamental

como $\gamma = \dfrac{d_w}{d_v}$ e $d_v = A \; dz$ (volume elementar)

tem - se $d_w = \gamma \; A \; dz$, substituindo em 4.1, tem - se :

$$A \; dp + \gamma \; A . dz = 0$$

$$\therefore \quad dp + \gamma \; dz = 0 \qquad (4.2)$$

(4.2) Eq. Fundamental da Estática dos Fluidos

4.2 - EQUAÇÃO DA HIDROSTÁTICA OU LEI DE STEVIN

Considerando-se a figura 4.3 (pág. 67), a equação 4.2 pode ser integrada para um fluido incompressível e em repouso. Sendo o fluido um líquido, γ e ρ são constantes, assim:

$$\gamma \; dz = - dp$$

$$\gamma \int_{z_1}^{z_2} dz = - \int_{p_1}^{p_2} dp$$

$$\gamma \; (z_2 - z_1) = - (p_2 - p_1) \Rightarrow \gamma \; (z_2 - z_1) = p_1 - p_2$$

$$\therefore p_1 = p_2 + \gamma \; (z_2 - z_1) \quad \text{ou} \quad p_2 = p_1 - \gamma \; (z_2 - z_1) \qquad (4.3)$$

(4.3) Equações da Hidrostática ou Lei de Stevin

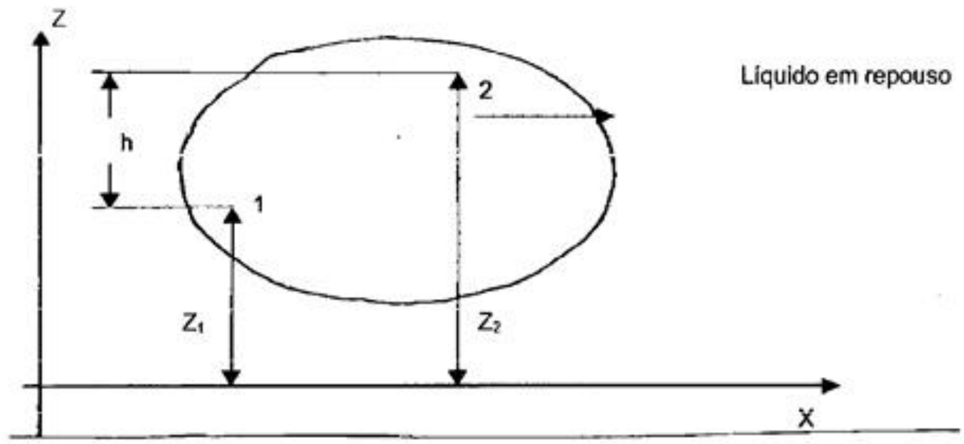

Figura 4 . 3 - Fluido incompressível em repouso

4.3 - SISTEMAS COM SUPERFÍCIE LIVRE

Entende-se como Superfície Livre (SL), a superfície do líquido que está em contato com a pressão atmosférica (patm).
Considerando a figura 4.4, representando um Sistema com Superfície Livre:

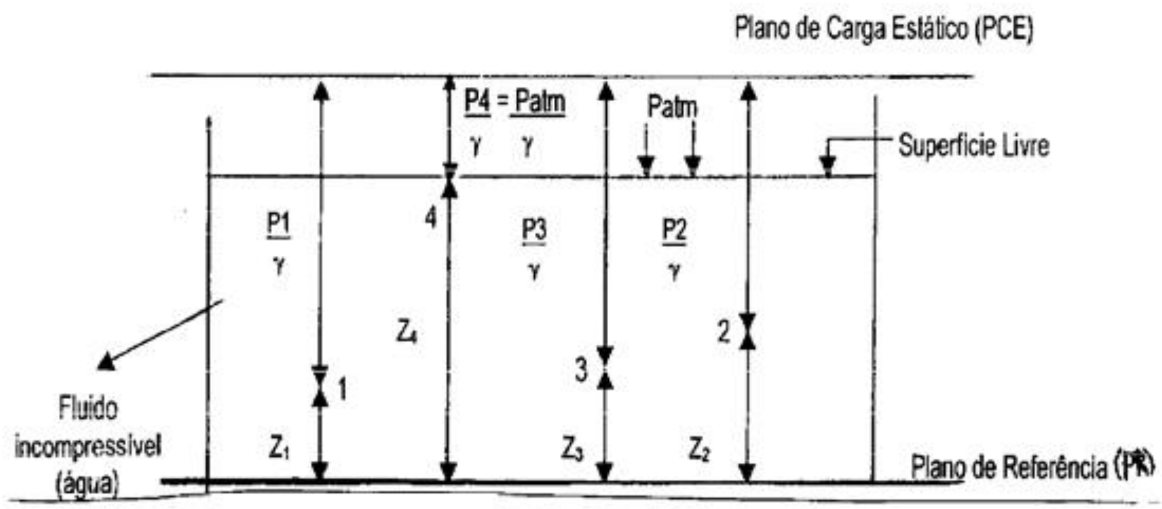

Figura 4 . 4 - Sistema com Superfície Livre e aplicando-se a equação 4.3 entre os pontos: 1 e 2; 2 e 3; 3 e 4, podemos escrever:

pontos 1 e 2:

$$p_1 = p_2 + \gamma \cdot (z_2 - z_1) \qquad \div \gamma$$

$$\frac{p_1}{\gamma} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 - z_1$$

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} \qquad (a)$$

pontos 2 e 3:

$$p_2 = p_3 - \gamma \cdot (z_2 - z_3) \qquad \div \gamma$$

$$\frac{p_2}{\gamma} = \frac{p_3}{\gamma} - z_2 + z_3$$

$$z_2 + \frac{p_2}{\gamma} = z_3 + \frac{p_3}{\gamma} \qquad (b)$$

pontos 3 e 4:

$$p_3 = p_4 + \gamma \cdot (z_4 - z_3) \qquad \div \gamma$$

$$\frac{p_3}{\gamma} = \frac{p_4}{\gamma} + z_4 - z_3$$

$$z_3 + \frac{p_3}{\gamma} = z_4 + \frac{p_4}{\gamma} \qquad (c)$$

Da comparação das equações a, b, c , conclui-se que:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} = z_3 + \frac{p_3}{\gamma} = z_4 + \frac{p_4}{\gamma} \qquad e$$

$$\therefore \qquad z + \frac{p}{\gamma} = cte$$

onde :

(m)

z = cota do ponto

$\frac{p}{\gamma}$ = altura piezométri ca, ou representa tita pressão em altura altura da

do líquido (m. líquido)

A soma $z + \frac{p}{\gamma}$ = cte e define um plano, denominado Plano de Carga Estático (PCE), localizado a uma distância igual a $\frac{patm}{\gamma}$ acima da Superfície Livre.

patm = pressão atmosféric a do local

4.4 - PRESSÃO ABSOLUTA (pabs) E PRESSÃO RELATIVA (prel)

Pressão Absoluta: É definida como tendo origem de medida o Vácuo 100%, que é o seu Plano de Referência. A pressão absoluta considera o valor da pressão atmosférica e é sempre positiva, sendo no mínimo nula.

Pressão Relativa: É definida como tendo origem de medida a pressão atmosférica, que neste caso passa a ter valor NULO, tornando-se assim o Plano de Referência da pressão relativa, que pode ser nula, positiva ou negativa.
O valor mínimo da pressão relativa é -patm .

Assim: pabs = prel + patm (4.4)

O gráfico mostrado na figura 4.5 ilustra os conceitos de pressão absoluta e pressão relativa.

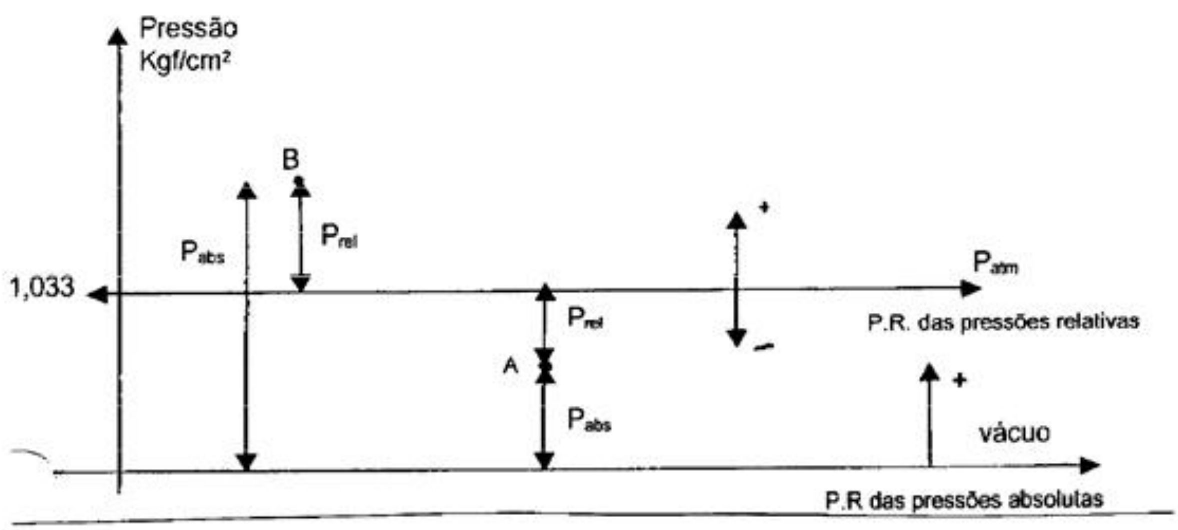

Figura 4 . 5 - Pressão Absoluta e Pressão Relativa

4.5 - DIAGRAMA DAS PRESSÕES

Considerando um recipiente com um líquido em repouso, o diagrama das pressões absoluta e relativa varia conforme o gráfico mostrado na figura 4.6 (pág. 71).

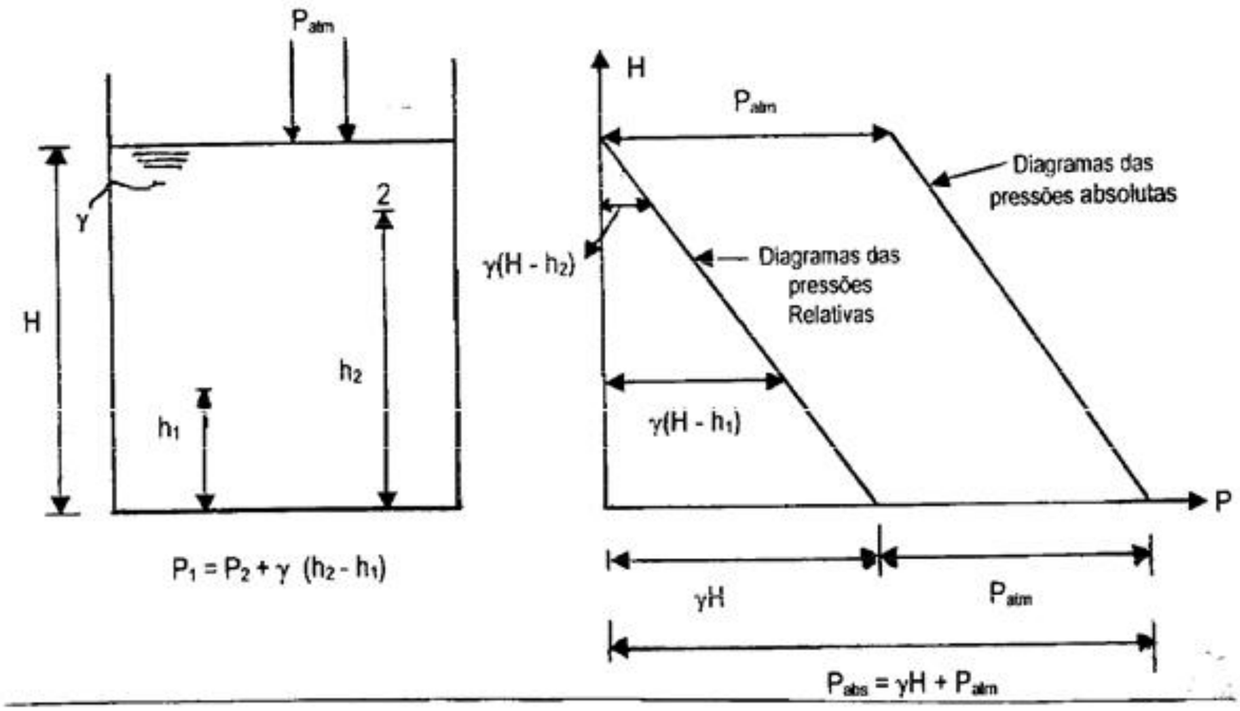

Figura 4 . 6 - Diagrama das pressões : absoluta e relativa

4.6 - ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE A PRESSÃO HIDROSTÁTICA

4.6.1 - Paradoxo Hidrostático

O esforço exercido por um líquido em repouso, sobre o fundo plano de um recipiente, é igual ao produto do peso específico do líquido, pela área do fundo e pela altura do líquido, independentemente da forma do recipiente e nas condições mostradas na figura 4.7 (pág. 72).

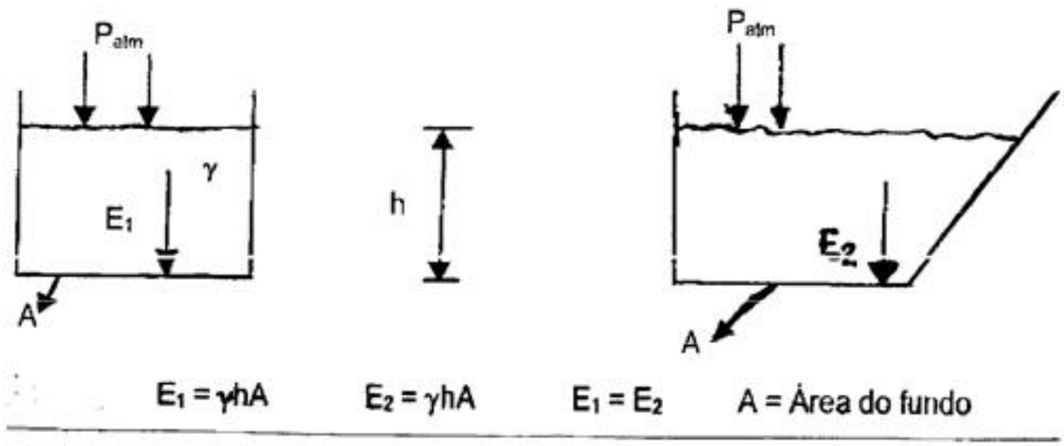

Figura 4 . 7 - Paradoxo hidrostático

4.6.2 - VASOS COMUNICANTES

Em dois ou mais reservatórios interligados entre si, contendo um mesmo líquido em repouso, o nível será o mesmo em todos eles, independentemente da forma dos reservatórios e nas condições mostradas na figura 4.8 .

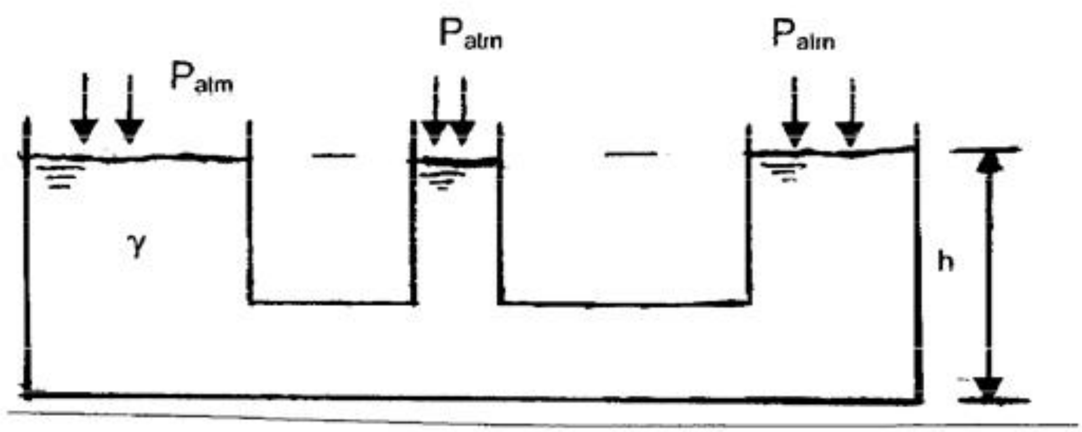

Figura 4 . 8 - Vasos comunicantes

4.6.3 - PRINCÍPIO DA PRENSA HIDRÁULICA

A aplicação de um esforço F_1 , permite obter um esforço F_2 muito maior, conforme mostra a figura 4.9.

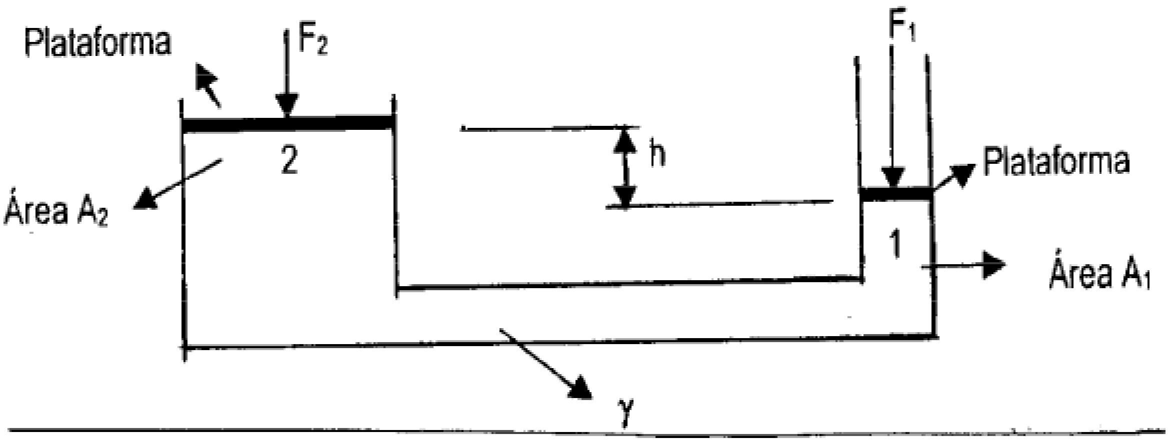

Figura 4 . 9 – Princípio da prensa hidráulica

Da figura 4.9 pode - se escrever :

$$p_1 = p_2 + \gamma \, . \, h$$

$$p_1 = \frac{F_1}{A_1} \qquad\qquad p_2 = \frac{F_2}{A_2}$$

substituindo na equação anterior :

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} + \gamma \, . \, h$$

a parcela $\gamma \, . \, h$ é normalmente desprezada, então :

$$F_2 = F_1 \, . \left(\frac{A_2}{A_1} \right) \qquad (4.5)$$

4.7 - PIEZÔMETROS E MANÔMETROS

São dispositivos que servem para medir a pressão relativa.

4.7.1 - PIEZÔMETROS

São constituídos geralmente por um tubo vertical transparente e graduado, conforme mostra a figura 4.10.

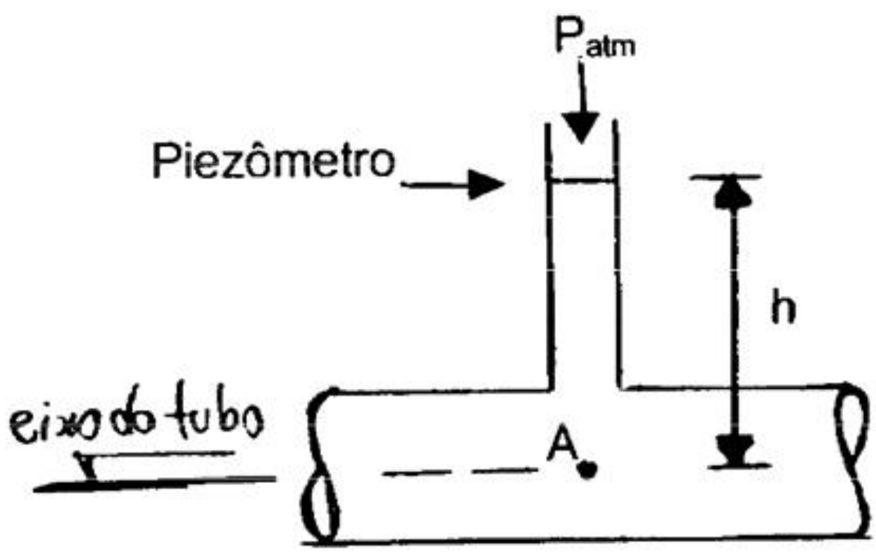

Figura 4 . 10 - Piezômetro

Assim da figura 4.10, tem -se :

$p_A = p_{atm} + \gamma\ h$ $\qquad$ $p_{atm} = 0$

$p_A = \gamma . h$

$$\therefore \qquad h = \frac{p_A}{\gamma} \qquad (4.6)$$

4.7.2 - MANÔMETROS

a) MANÔMETRO DE TUBO EM " U "

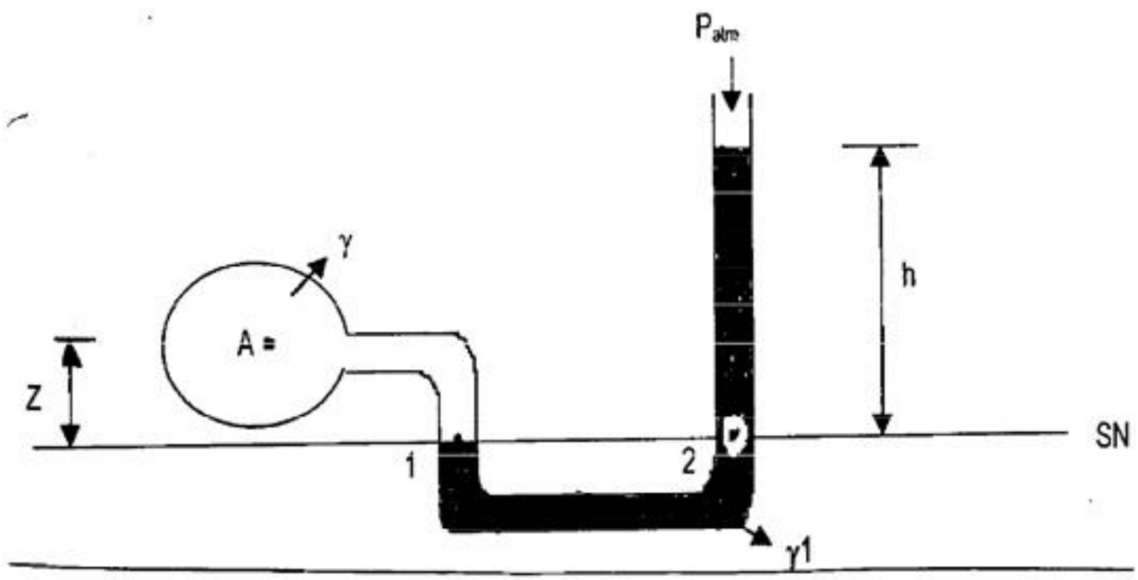

Figura 4 . 11 - Manômetro de tubo em "U"

γ_1 = líquido manométrico, geralmente Hg

SN = Superfície de Nível, que corta o mesmo líquido e os pontos nela contidos têm o mesmo valor de pressão.

À partir da figura 4.11, o valor de p_A pode ser determinado, como se segue:

$p_1 = p_2$

$p_1 = p_A + \gamma\ z$

$p_2 = \gamma_1\ h + patm$

$patm = 0$

$p_2 = \gamma_1\ h$

Assim :

$p_A + \gamma\ z = \gamma_1 h$

$$\therefore \quad p_A = \gamma_1\ h - \gamma\ z \qquad (4.7)$$

O mesmo valor pode ser obtido por :

$p_A + \gamma\ z - \gamma_1\ h = 0 \Rightarrow p_A = \gamma_1 h - \gamma\ z$

b) MANÔMETRO DIFERENCIAL

Utilizado para medir diferença de pressão entre dois pontos, conforme mostra a figura 4.12 (pág. 77).

A diferença de prssão entre os pontos A e B é obtida da seguinte maneira :

$p_1 = p_2$

$p_1 = p_A - \gamma\ b$

$p_2 = p_x - \gamma_1\ h$

$p_x = p_B - \gamma\ c$

Assim : $p_2 = p_B - \gamma\ c - \gamma_1\ h$ e

$p_A - \gamma\ b = p_B - \gamma\ c - \gamma_1\ h$

$$\therefore \quad p_A - p_B = \gamma\ (b - c) - \gamma_1\ h \tag{4.8}$$

Por outro método chega - se ao mesmo resultado :

$p_A - \gamma\ b + \gamma_1\ h + \gamma\ c = p_B \quad \Rightarrow \quad p_A - p_B = \gamma\ (b - c) - \gamma_1\ h$

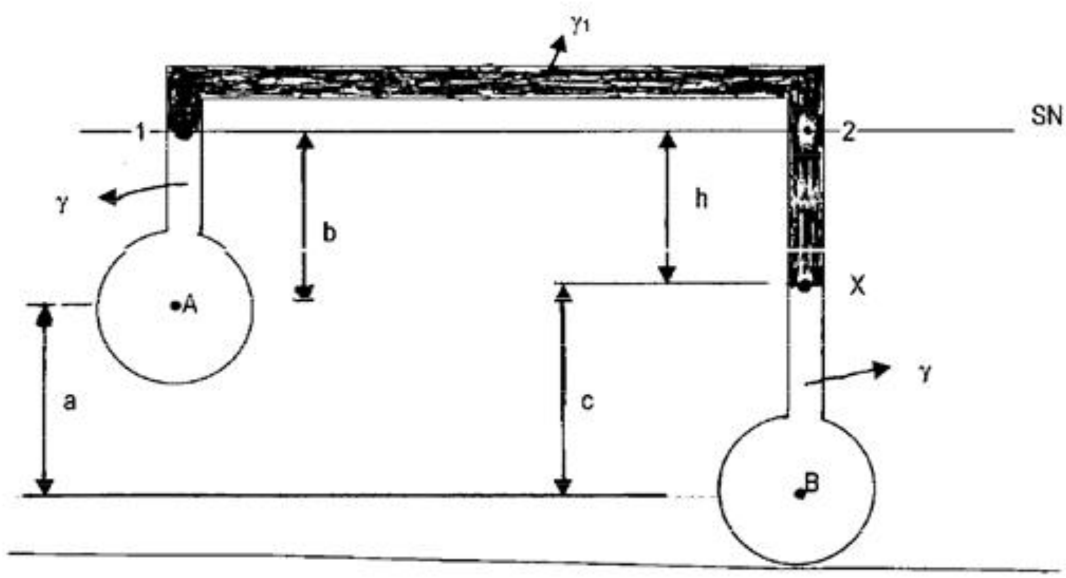

Figura 4 . 12 - Manômetro diferencial